Симуляция процентных ставок с использованием модели Халла-Уайта на процессорах с SIMD архитектурой

Гречко Иван Сергеевич
студент группы 956341,
БГУИР, кафедра ПОИТ,
Республика Беларусь, г. Минск
E-mail: ivang2896@gmail.com

Модель Халла-Уайта — это модель будущих процентных ставок, которая используется в финансовой математике. Модель используется для оценки стоимости производных финансовых инструментов, например, бондов, опционов, свопционов. Модель может быть представлена как в однофакторном варианте, так и в двухфакторном. Математически данная модель описывается стохастической интегральной формулой. В случае одно факторной модели:

$$dr(t) = [\theta(t) - \alpha(t)r(t)]dt + \sigma(t)dW(t)$$

и в случае двухфакторной модели:

$$df(r(t)) = [\theta(t) + \mu - \alpha(t)f(r(t))]dt + \sigma_1(t)dW_1(t)$$

где: W_i — случайный Винеровский процесс во времени t;

$$d\mu = \begin{Bmatrix} t = 0,0 \\ t > 0, -b\mu dt + \sigma_2 dW_2(t) \end{Bmatrix}$$

На практике эта модель используется совместно с симуляцией методом Монте-Карло. При программной реализации данного подхода, случайный процесс W(t) для каждого t (t > 0) может быть представлен разностью векторов случайных чисел размерностью N. N — также называется количеством путей симуляции и является неотъемлемой частью метода Монте-Карло. Это позволяет сразу получать результаты модели для каждого t для всех случайных погрешностей, которые вносятся случайным процессом W(t). Остальные параметры модели являются скалярными значениями (для каждого t). В результате, при реализации симуляции, технически, все сводится к применению математических операций между векторами, а также между вектором и скаляром.

Так как согласно методу Монте-Карло, чем больше путей — то тем точнее конечные результаты, поэтому размерность вектором может быть достаточно большой. Для повышения производительности вычислительной системы, операции с векторами необходимо распараллелить. Так для операций между векторами V и J, операция применяется поэлементно для V_i и J_i, а для операций между вектором V и скаляром j операция применяется между элементами и скаляром V_i и J_i. Таким образом получается, что имеется множество данных, для которых применяется одна операция. Таким подходом характеризуются процессоры с архитектурой SIMD.

Процессоры с архитектурой SIMD (Single Instruction Multiple Data) позволяют параллельно применять инструкции к множеству данных. Процессоры с данной архитектурой могут представлены как специализированными устройствами, так и более универсальными решениями в виде графических процессоров (GPU). GPU довольно распространены и могут быть найдены практически в любом персональном компьютере, что позволяет реализовать симуляцию как универсальное программное решение. Также в облачных сервисах таких как: Microsoft Azure

и Amazon Web Services можно арендовать кластеры GPU устройств.

Список использованной литературы

1. А. Н. Ширяев. Основы стохастической финансовой математики. Москва. Фазис. 1998
2. Коллиер М., Шаан Р.Основы Microsoft Azure. Издание второе. Microsoft Press. 2016
3. John Hull and Alan White, «Using Hull—White interest rate trees,» Journal of Derivatives, Vol. 3, No. 3 (Spring 1996), pp 26–36